

Doğrusal fazlı/sırayla uyarılan, periyodik dipol dizilerinin frekans ve zaman domenî karakteristikleri

Çağatay ULUIŞIK*, Ercan TOPUZ, Levent SEVGİ

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Telekomünikasyon Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Doğrusal fazlı/sırayla uyarılan periyodik dipol dizilerinin frekans ve zaman domenî yanıtları, Floquet dalga ve eleman-eleman toplama gösterilimleri kullanılarak incelenmiştir. Her bir dipolün katkısının ayrı ayrı hesaplanıp toplanması ile bulunan eleman-eleman toplama yönteminin yakınsaklık özelliklerini iyileştiren bir formülasyon geliştirilmiştir. Periyodiklik özellikleri kullanılarak, dizinin toplam ışınlam alanı için Floquet dalgaları ve sonsuz periyodik bir dizinin sonlandırılmasının etkilerini karakterize eden uç kırınım bileşenlerini içeren alternatif bir formülasyon elde edilebilir ve biri diğerine göre kaydırılmış ve uygun şekilde ağırlaştırılmış iki yarı-sonsuz çizgisel periyodik dizinin farkını alarak sonlu çizgisel diziler modellenenir. Yukarıda değinilen yaklaşım literatürde incelenmiştir, bu çalışmada önerilen ve yapay açıklık yaklaşımı adı verilen yöntemde ise, L_z kadar kaydırılmış dizinin bir $P(x,y,z)$ gözlem noktasında oluşturacağı alan, diziyi kaydırmak yerine gözlem noktasını zıt yönde kaydırarak, orijinal kaydırılmamış dizinin bir $P'(x,y,z-L_z)$ sanal gözlem noktasında oluşturacağı alan bulunarak hesaplanmaktadır. Önerilen bu yapay açıklık yaklaşımı, çizgisel dipol dizilerinin süperpozisyonu alınarak elde edilebilen her türlü düzlemsel ve üç boyutlu dipol dizisinin etkin biçimde modellenmesinde de kullanılmıştır. Işınlam yapan, yapmayan ve kırınan dalga bileşenleri cinsinden ifade edilen Floquet dalga gösteriliminin etkinliğini göstermek için sayısal örnekler verilmiş ve bu sonuçlar eleman-eleman toplama yöntemi ile karşılaştırılıp doğrulanmıştır. Dipollerin geniş bantlı kaynak fonksiyonlarıyla sürüldüğü durumda karşılaşılan konvolüsyon integrallerinin hesaplanması için kaynak fonksiyonuna genlik ve süreleri adaptif biçimde belirlenen parça parça sürekli bir dizi dikdörtgen darbe ile yaklaşıklık yapılmasına dayanan analitik bir yöntem geliştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Green fonksiyonu, Floquet dalgalar, faz farklı anten dizileri, periyodik diziler.

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Çağatay ULUIŞIK. culuisik@dogus.edu.tr; Tel: (216) 327 11 04.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Telekomünikasyon Mühendisliği Programı'nda tamamlanmış olan "Elektromanyetik ışınlayıcı dizileri için zaman-frekans domenî Green fonksiyonu gösterilimleri" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 12.06.2008 tarihinde dergiye ulaşmış, 04.07.2008 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.05.2010 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Frequency and time domain characteristics of linearly phased/sequentially excited periodic arrays of dipoles

Extended abstract

In this study, frequency and time domain radiation characteristics of linearly phased/sequentially excited periodic dipole arrays are investigated. Large periodic arrays of short radiating elements have been increasingly investigated for the last decade or so, since they have a vast range of applications ranging from phased array antenna systems with flexible beam steering and very narrow beam forming capabilities, frequency selective surfaces and diffraction gratings to photonic crystal fibers and metamaterials, etc.

The field radiated by a sequentially excited/linearly phased dipole array can be calculated via a superposition over the contributions of individual dipoles in the array. This classical approach, called element by element summation, suffers from two shortcomings: i) its numerical implementation becomes time consuming and inefficient for large size arrays ii) it does not provide a framework for identification of the mechanisms generating different wave objects (propagating, evanescent, diffracted waves) and their relative weights at given observation points. On the other hand, by taking advantage of the periodicity, the problem can be cast into an alternative formulation wherein the contributions of individual elements are represented collectively in terms of Floquet waves, which are augmented with tip diffracted wave constituents to account for the truncation of a strictly periodic sequence at a large but finite number. The phenomenologies associated with the phased array of dipoles are also related to the oblique plane wave scattering from an array of short wire elements. The obliquity of the incident field with respect to the array plane determines the interelement phasing (time delay) of the radiating array. The field radiated by a finite, periodic line array of dipoles at a given observation point can be synthesized via superposition of shifted and properly weighted replicas of the field radiated by semi infinite line arrays of dipoles. In this paper, we propose a synthetic aperture type approach for calculation of the field radiated by a finite line array of length L_z , wherein the contribution of the shifted semi infinite line array is accounted for by the contribution of the original array at an oppositely shifted virtual obser-

vation point $P'(x,y,z-L_z)$. The proposed synthetic aperture approach is also used for the efficient modeling of radiation from structures involving line arrays organized spatially to form planar and 3D arrays. In this paper, utilizing the proposed synthetic aperture approach, radiation from linear and planar dipole arrays are calculated and examples of numerical results are presented both in the frequency domain and also in the, heretofore scarcely investigated, time domain. It is shown that when the pulsed excitation has a relatively flat spectra which does not have significant low frequency content, the array response can be calculated in a rather efficient and accurate manner utilizing analytical approximations for the contributions from Floquet wave constituents. High frequency asymptotics can be used for obtaining contributions from all except for the zero indexed Floquet wave which needs to be treated separately and involves the calculation of a convolution. For obtaining the response for wide band dipole excitations, we introduced an accurate analytic approximation technique for calculating the involved convolution integral, which is based on an adaptive windowing scheme wherein the pulse excitation is represented approximately via a set of rectangular pulses with adaptively determined amplitudes and time extends. Following this approach the convolution is synthesized via the contributions from the set of rectangular pulses each of which can be calculated in closed form. The resulting formulation yields substantial reduction in the computation time since the response due to all Floquet wave constituents are calculated analytically, either via high frequency asymptotics or via the weighted sampling approach. The exact solution obtained via element by element summation is utilized as a comparison solution for validating the numerical results calculated via Floquet wave representations. Element by element summation representations suffer from convergence problems which are best illustrated considering the representation for a semi infinite line array. In this context, a method is proposed to substantially improve the convergence properties of the element by element summation approach. In this paper, we have been able to verify that Floquet waves provide a very accurate and efficient representation for calculating time/frequency domain radiation from linearly phased/sequentially excited, large, 1D, 2D and 3D periodic arrays of electric current dipoles.

Keywords: Green's function, Floquet waves, phased array antennas, periodic arrays.

Giriş

Periyodik dipol dizilerinin frekans ve zaman domeni ışınım karakteristiklerinin incelenmesi özellikle son 15 yılda literatürde geniş biçimde yer almaktadır (Capolino vd., 2000a; Capolino vd., 2000b; Çivi vd., 1999; Ishimaru vd., 1985; Uluışık vd., 2008b). Bunun nedeni çok sayıda ışınlayıcı/ saçıcı içeren periyodik yapıların uygulamada giderek daha fazla yer bulmasıdır. Bu uygulama alanları elektronik tarama yetenekli anten dizilerinden, kırınım ızgaralarına, fotonik kristal fiberlerden metamateriyallere kadar uzanmaktadır.

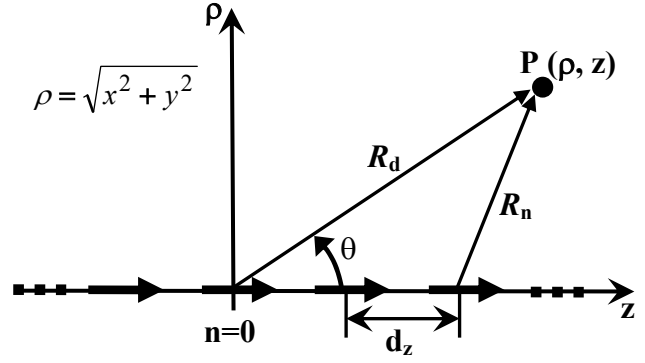
Çok sayıda ışınlayıcı/saçıcı içeren periyodik dipol dizilerin çözümlerini, her bir dipolün etkisinin ayrı ayrı hesaplanıp (eleman-eleman) toplanmasına dayalı klasik yöntemle alternatif olarak dizilerin periyodiklik özelliklerinden faydalanarak az sayıda Floquet dalga ve kırınan dalgalar cinsinden elde etmeye yönelik çok sayıda bilimsel çalışma yapılmış ve yayımlanmıştır. Floquet dalga analizleri işlem süresini kısaltma avantajının yanı sıra yayılan, sızıntı ve kırınan dalga bileşenlerini ayrı ayrı inceleme imkanı sunarak olayın fiziğinin de daha iyi anlaşılmasını sağlamaktadır.

Frekans domeni Floquet dalgaları

Sonsuz çizgisel dipol dizileri

z-ekseni doğrultusunda yerleştirilmiş, sonsuz uzunluklu, çizgisel, periyodik dipol dizisine ait geometri Şekil 1'de gösterilmiştir. Ardışıl dipoller arasındaki mesafe sabit ve d_z 'ye eşittir. Bu çok ufak boyutlu elektrik akım dipolleri, birim genlik ve $k\eta_z nd_z$ ($n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty$) lineer fazlarıyla uyarılmışlardır. $k\eta_z d_z$ ardışıl iki dipol arasındaki faz farkını göstermektedir. Boyutsuz olan η_z parametresi, normalize faz farkına denk düşmektedir ve özellikle Floquet dalga analizlerinde önemli bir rol oynayacaktır. k parametresi, serbest uzay dalga sayısını göstermektedir ve c ışık hızını göstermek üzere $k = \omega/c$ eşitliği ile ifade edilir.

Eleman-eleman toplama yönteminde, her bir dipolün bir $P(\rho, z)$ gözlem noktasında oluşturacağı alanlar ayrı ayrı bulunarak toplanır.



Şekil 1. Yarı-sonsuz uzunluklu, çizgisel dipol dizisine ait geometri

Frekans domeni Green fonksiyonu yardımıyla dipol akımlarının oluşturduğu A_z manyetik potansiyeli aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$A_z(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jk\eta_z nd_z} \frac{e^{-jkR_n}}{4\pi R_n} \quad (1)$$

Burada R_n n. dipolden gözlem noktasına olan uzaklığı göstermektedir (Bakınız Şekil 1).

$$R_n = \sqrt{\rho^2 + (z - nd_z)^2} \quad (2)$$

Dipol akımları, Poisson toplamı kullanılarak, n-indisi yerine q-indisli bir toplama dönüştürülebilir ve bu yeni toplam kullanılarak daha önce her bir dipolün katkısı göz önüne alınarak (n üzerinden toplam ile) bulunmuş olan manyetik skaler potansiyel A_z , q üzerinden toplanan Floquet dalgalar cinsinden ifade edilebilir (Felsen ve Capolino, 2000):

$$A_z(\omega) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} A_q^{FW}(\omega) = \frac{e^{-jk_z q z}}{4jd_z} H_0^{(2)}(k_{\rho q} \rho) \quad (3)$$

Burada A_q^{FW} q. Floquet dalgayı, $H_0^{(2)}$ ise 0. dereceden 2. tip Hankel fonksiyonunu göstermektedir. z ve ρ eksenleri doğrultusundaki dalga sayıları k_{zq} ve $k_{\rho q}$ ise,

$$k_{\rho q} = \sqrt{k^2 - k_{zq}^2} \quad (4a)$$

$$k_{zq} = k\eta_z + 2\pi q / d_z \quad (4b)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Hankel fonksiyonunun asimptotik ifadesi kullanılarak q. Floquet dalga için,

$$A_q^{FW}(\omega) = \frac{e^{-j(k_{\rho q}\rho + k_{zq}z + \pi/4)}}{2d_z \sqrt{2\pi k_{\rho q}\rho}} \quad (5)$$

elde edilir. Yukarıdaki (4a) eşitliği uyarınca $|k_{zq}| < |k|$ ise $k_{\rho q}$ reel çıkar ve yayılan Floquet dalgalarına karşı düşer. $|k_{zq}| > |k|$ ise $k_{\rho q}$ imajiner olacaktır ve bu durumda Floquet bileşenleri sızıntı dalgası şeklinde olacaktır. (4a) eşitliğinde geçen karekök fonksiyonu, $\rho \rightarrow \infty$ iken radyasyon koşulunun sağlanması amacıyla $\text{Im}(k_{\rho q}) \leq 0$, olacak şekilde seçilmiştir. Dolayısıyla sızıntı Floquet dalgalar, z ekseninden uzaklaştıkça üstel olarak hızlı bir şekilde söneceklerdir ve sadece z ekseninin yakın civarında önem kazanacaklardır. Her bir z noktasından çıkan Floquet dalgalar yarı açısı,

$$\beta_q = \cos^{-1}(k_{zq}/k) \quad (6)$$

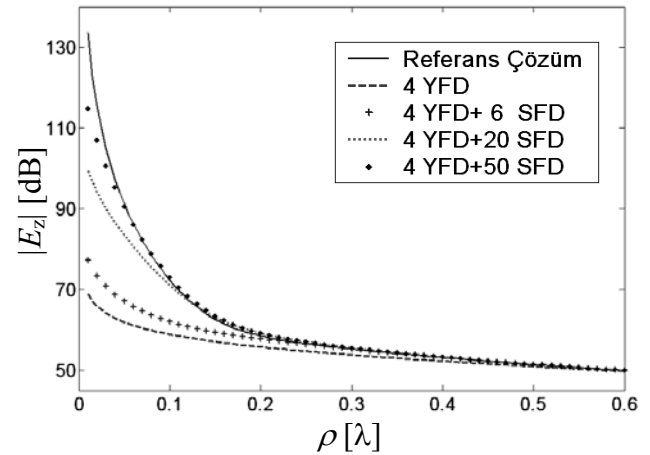
olan bir koni üzerinde ilerlemektedirler. Herhangi bir $P(\rho, z)$ gözlem noktasına, birbirine paralel olarak ve koni yüzeyinde ilerleyen dalgalardan biri mutlaka ulaşacaktır.

Z-ekseni doğrultusunda yerleştirilmiş çizgisel dipol dizisinin alanı, tek bileşeni A_z olan manyetik vektör potansiyel yardımıyla belirlenir. E_z ve diğer elektrik alan bileşenleri, A_z cinsinden (7) eşitliği ile kolaylıkla elde edilebilir:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega\mu \vec{A} + \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) \quad (7)$$

Şekil 2’de sonsuz uzunluklu çizgisel bir dipol dizisinin $z=0$ ’da oluşturacağı E_z alan bileşeninin genliğinin ρ mesafesi ile değişimi gösterilmiştir. Şekilde kullanılan parametreler için eleman-eleman toplama yöntemindeki seride 201 dipol alanının ($n=[-100,100]$) göz önüne alınması ile sayısal hesaplamalarda yeterli doğruluk elde edildiği test edilmiş ve referans çözüm bu şekilde

de oluşturulmuştur. Referans çözüm elde edildikten sonra aynı gözlem noktalarındaki E_z alan değerleri bir de Floquet dalgalar kullanılarak hesaplanmıştır. $d_z=2\lambda$ ve $\eta_z=0.25$ değerleri için sadece 4 tane yayılan Floquet dalga (YFD) uyarılacak ($q=1, 0, -1, -2$), diğer bütün Floquet dalgalar sızıntılı (SFD) tipten olacaktır. Şekilden görüleceği üzere diziye yaklaştıkça sadece 4 tane yayılan Floquet dalganın toplamı ile bulunan çözümler yeterli olmamakta ve ne kadar fazla sızıntı Floquet dalga alınır, referans çözüme o kadar yaklaşılmaktadır. Diziden uzaklaştıkça yani artan ρ değerleri için 4 tane yayılan Floquet dalga yeterli olmaktadır ve her bir gözlem noktasındaki alan değerlerinin bulunması için 201 defa toplama işlemi gerektiren eleman-eleman toplama yöntemine karşılık sadece 4 toplama işlemi yapılarak çözümler elde edilmektedir ki bu da Floquet dalgaların eleman-eleman toplama yöntemine göre çok daha hızlı olduğunu ortaya koymaktadır.



Şekil 2. Sonsuz uzunluklu çizgisel bir dipol dizisinin $z=0$ ’da oluşturacağı elektrik alanın z bileşeninin genliğinin ρ mesafesi ile değişimi ($d_z=2\lambda$, $\eta_z=0.25$)

Yarı-sonsuz çizgisel dipol dizileri

$Z=0$ ’dan başlayan ve $+z$ yönünde sonsuz tane dipol içeren yarı-sonsuz çizgisel dipol dizisinin oluşturacağı manyetik skaler potansiyel A_z , (1) eşitliğindeki toplamın $n=0$ ’dan ∞ ’a kadar hesaplanmasıyla elde edilir.

Burada n ’nin büyük değerlerinde geçerli olan $R_n \approx (nd_z - z)$ yaklaşıklığı kullanılırsa,

$\eta_z = p\lambda/d_z - 1$, $p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ koşulu sağlandığı durumlarda (1) eşitliğinde geçen toplam $\sum_n 1/n$ gibi ıraksayacaktır. Diğer taraftan, $\eta_z \rightarrow p\lambda/d_z - 1$ değerleri için seri çok yavaş yakınsayacak, dolayısıyla alınması gereken toplam dipol sayısı N_z çok artacak ve bu da işlem süresini artıracaktır. İşlem süresini azaltmak için (1) eşitliğinde $R_n \approx (nd_z - z)$ alınarak bulunan ifade (1) eşitliğinden bir çıkartılıp bir de toplanarak ve $\sum_{n=1}^{\infty} e^{jan}/n = -\ln(1 - e^{ja})$ ($\text{Im}(a) \geq 0$) kapalı seri ifadesi kullanılarak, manyetik skaler potansiyel A_z için klasik eleman-eleman toplama yönteminin yakınsaklık özelliklerini önemli ölçüde iyileştiren aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$A_z(\omega) = \frac{e^{-jkR_d}}{4\pi R_d} - \frac{e^{jkz}}{4\pi d_z} \ln\left(1 - e^{-jk(\eta_z+1)d_z}\right) + \sum_{n=1}^N \frac{e^{-jk(\eta_z nd_z + R_n)}}{4\pi R_n} - \frac{e^{-jk(\eta_z+1)nd_z} e^{jkz}}{4\pi nd_z} \quad (8)$$

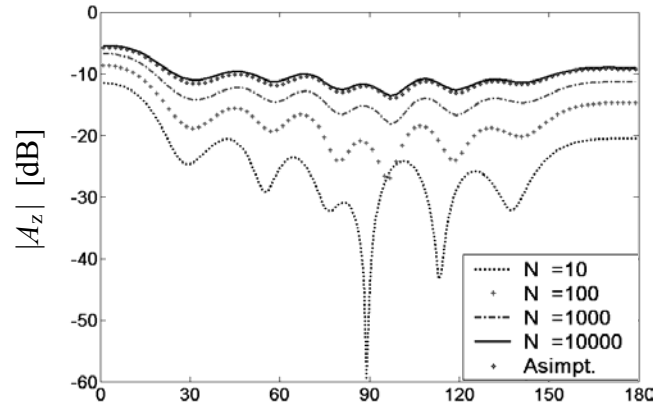
Şekil 1’de gösterilen ve (8) eşitliğinde geçen orijin ile gözlem noktası arasındaki mesafe R_d ,

$$R_d = \sqrt{\rho^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (9)$$

şeklinde hesaplanabilir. (8) eşitliği eleman-eleman toplama yönteminde karşılaşılan yavaş yakınsayan seriler için etkin bir şekilde kullanılabilir ve işlem süresini oldukça kısaltır.

Şekil 3’te $d_z = 2\lambda$ ve $\eta_z = 10^{-5}$ iken A_z ’nin genliğinin $R_d = 3\lambda$ radyal uzaklıkta θ açısı ile değişimi farklı N_z değerleri için hesaplanmış ve bu değerler (8) ile verilen asimptotik çözüm ile karşılaştırılmıştır. η_z değeri, toplamı ıraksatan $\eta_z = 0$ değerine çok yakın olduğundan seri oldukça yavaş yakınsayacaktır. Bu örnekte $N_z = 10, 100, 1000$ ve 10000 değerleri için bulunan çözümler birbirine uymamakta, uyum ancak $N_z = 10000$ ve $N_z = 100000$ değerleri için sağlanmaktadır. Dolayısıyla $N_z = 10000$ alınarak bulunan çözüm referans çözüm olarak kabul edilebilir. Buna karşılık (8) ile verilen asimptotik çözümde sadece

10 terim alınarak bulunan çözümler bu referans çözüm ile tamamen uyuşmaktadır. İşlem süresi ise bir kaç yüz kat daha az sürmektedir.



Şekil 3. $|A_z|$ ’nin $R_d = 3\lambda$ radyal uzaklıkta θ açısı ile değişimi ($d_z = 2\lambda$, $\eta_z = 10^{-5}$)

Dizinin $z=0$ ’da kesilmesinin sonucu (5) eşitliği ile verilen Floquet dalgalarına, $A_q^d(\omega)$ ile gösterilen uç kırınım dalgaları eşlik edecektir. Ayrıca her bir Floquet dalga için β_q^{SB} gibi bir gölge bölge sınır açısı tanımlanır, öyle ki bu dalgalar yalnızca $\theta < \beta_q^{SB}$ için gözlem noktasındaki alana katkıda bulunurlar. Bu durumda yarı-sonsuz diziye ait manyetik skaler potansiyel A_z ,

$$A_z = \frac{A_0}{2} + \sum_{q=-\infty}^{\infty} A_q^{FW}(\omega) U(\beta_q^{SB} - \theta) + A_q^d(\omega) \quad (10)$$

şeklinde ifade edilebilir (Capolino ve Felsen, 2002). Burada A_0 , dizinin kesilmiş ucundaki birinci dipolün katkısını göstermektedir ve

$$A_0(\omega) = \frac{e^{-jkR_d}}{4\pi R_d} \quad (11)$$

şeklinde. $A_q^{FW}(\omega)$ sonsuz diziye ait Floquet dalga ifadesini göstermektedir ve (5) eşitliği ile verilmiştir. U birim basamak fonksiyonunu göstermektedir ve gölge bölge sınır açısı β_q^{SB} , yayılan ve sızıntı Floquet dalgalar için,

$$\beta_q^{SB} = \beta_q = \cos^{-1}(k_{zq}/k) \quad \text{YFD} \quad (12a)$$

$$\beta_q^{SB} = \cos^{-1}(k/k_{zq}) \quad \text{SFD} \quad (12b)$$

olarak elde edilir. $A_q^d(\omega)$ ile gösterilen uç kırınımı katkısı, gölge bölgesi sınır açısı geçişlerinde sürekliliği sağlayacak biçimde,

$$A_q^d(\omega) = \frac{e^{-jkR_d} F(\delta_q^2)}{j4\pi d_z k R_d [\cos(\beta_q) - \cos(\theta)]} \quad (13)$$

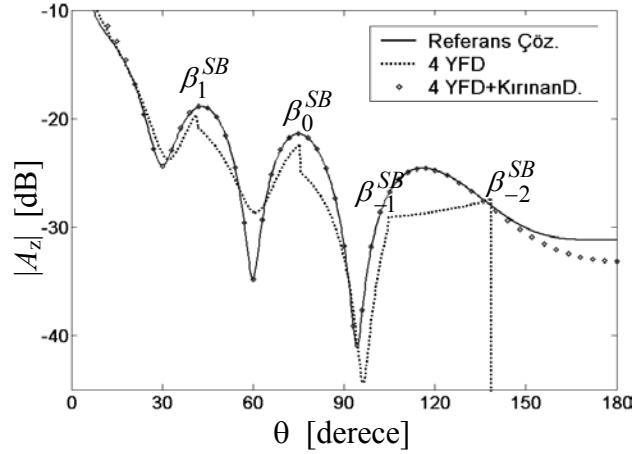
şeklinde. Burada,

$$F(\delta_q^2) = \pm \sqrt{\pi} \delta_q e^{j\delta_q^2} e^{j\pi/4} \text{erfc}(\pm e^{j\pi/4} \delta_q) \quad (14a)$$

$$\delta_q = \sqrt{2kR_d} \sin\left(\frac{\beta_q - \theta}{2}\right) \quad (14b)$$

olarak tanımlıdır (Kouyoumjian ve Pathak, 1974). Denklemdaki erfc , tümleyici hata fonksiyonunu göstermektedir, “ \pm ” işaretleri $\text{Re}(e^{j\pi/4} \delta_q) \gtrless 0$ koşuluna uygun şekilde kullanılırlar.

Şekil 4’te yarı-sonsuz uzunluklu çizgisel bir dipol dizisinin orijinden $R_d=2\lambda$ radyal uzaklıkta oluşturacağı manyetik vektör potansiyelin A_z bileşeninin genliğinin θ açısı ile değişimi gösterilmiştir. Burada referans çözüm, eleman toplama yöntemindeki serinin $n=[0, 100]$ arasındaki n değerleri için hesaplanmasıyla elde edilmiştir. $d_z=2\lambda$ ve $\eta_z=0.25$ değerleri için (12a) eşitliği uyarınca sadece $q=1, 0, -1, -2$ indisleri için yayılan Floquet dalgalar uyarılacak, diğer bütün Floquet dalgalar sızıntı şeklinde olacaktır. Yayılan bu 4 Floquet dalgaya ilişkin gölge bölge sınır açıları (12a) eşitliği uyarınca $\beta_{-2}^{SB}=138.6^\circ$, $\beta_{-1}^{SB}=104.5^\circ$, $\beta_0^{SB}=75.5^\circ$, $\beta_1^{SB}=41.4^\circ$ olacaktır. Floquet dalgaların $\theta = \beta_q^{SB}$ gölge bölge sınır açısında sahip oldukları süreksizlik, şekilden de görüldüğü üzere kırınan dalgaların katkısı ile ortadan kalkmaktadır.

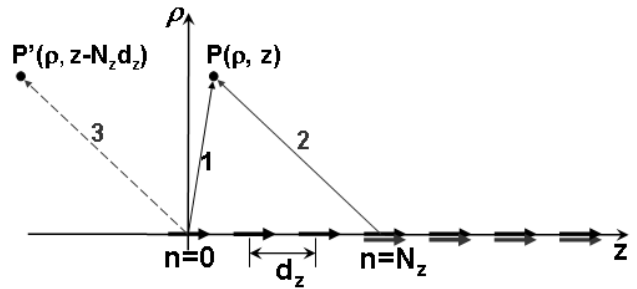


Şekil 4. Yarı-sonsuz çizgisel dizinin oluşturacağı $|A_z|$ ’nin θ açısı ile değişimi ($d_z=2\lambda$, $\eta_z=0.25$)

Sonlu çizgisel dipol dizileri

Sonlu çizgisel dipol dizileri için referans çözüm (1) eşitliğindeki toplamın $n=0$ ’dan (N_z-1) ’e kadar hesaplanmasıyla elde edilecektir.

Sonlu çizgisel dipol dizisine ait geometri Şekil 5’te gösterilmiştir. Yarı-sonsuz çizgisel diziye (YSÇD) ait çözümler elde edildikten sonra, sonlu çizgisel diziye (SÇD) ait çözümler, N_z elemanlı sonlu dizinin, orijinal yarı sonsuz dizi ile $+z$ yönünde $N_z d_z$ kadar kaydırılmış ve uygun şekilde ağırlaştırılmış ikinci bir yarı-sonsuz dizinin farkı olarak modellenebilir (Carin ve Felten, 1993; Martini vd., 2003).



Şekil 5. Sonlu çizgisel dipol dizisine ait geometri ve yapay açıklık yaklaşımı

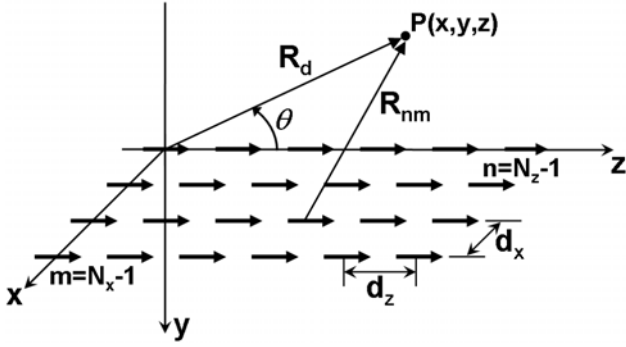
Önerilen yapay açıklık yaklaşımında ise, problem uzayının homojen oluşu ile resiprositeden yararlanılmakta ve kaydırılmış dizinin bir $P(\rho, z)$ noktasında oluşturacağı alanın, orijinal dizinin $P(\rho, z - N_z d_z)$ noktasında oluşturacağı alana eşit olacağı dikkate alınarak, dipol dizisini kay-

dırmak yerine gözlem noktasını ters yönde kaydırmak suretiyle dizinin etkisi modellenmekte ve sonlu dizinin alanı (15) eşitliğindeki gibi belirlenmektedir (Uluişik vd., 2008a; Uluişik vd., 2007).

$$A_z^{SCD}(\rho, z) = A_z^{YSCD}(\rho, z) - e^{-jk\eta_z N_z d_z} A_z^{YSCD}(\rho, z - N_z d_z) \quad (15)$$

Dikdörtgen dipol dizileri

Şekil 6'da gösterilen dikdörtgen dipol dizisi z yönünde N_z tane ve x yönünde N_x tane dipol içermektedir. z - ve x -doğrultusunda ardışıl dipoller arası mesafe sırasıyla d_z ve d_x ve faz farkı sırasıyla $k\eta_z d_z$ ve $k\eta_x d_x$ kadardır.



Şekil 6. Dikdörtgen dipol dizisine ait geometri

Bu yapıya ait manyetik skaler potansiyel A_z , eleman-eleman toplama yöntemi ile aşağıdaki (16a) eşitliğindeki gibi bulunabilir. R_{nm} terimi ise n, m . dipolden gözlem noktasına olan uzaklığı göstermektedir.

$$A_z = \sum_{m=0}^{N_x-1} \sum_{n=0}^{N_z-1} \frac{e^{-jkR_{nm}}}{4\pi R_{nm}} e^{-j(k\eta_x m d_x + k\eta_z n d_z)} \quad (16a)$$

$$R_{nm} = \sqrt{(x - m d_x)^2 + y^2 + (z - n d_z)^2} \quad (16b)$$

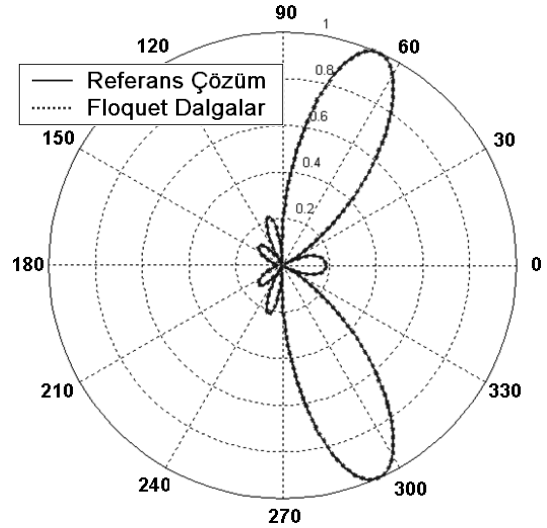
Yapay açıklık yaklaşımı iki boyuta genişletilerek sonlu dikdörtgen dizinin (SDD) alanı, sonlu çizgisel dizilerin (SCD) katkılarının uygun biçimde ağırlaştırılarak süperpozisyonu ile belirlenecektir. Bu yaklaşımda, $+x$ yönünde d_x kadar kaymış çizgisel bir dizinin $P(x, y, z)$ noktasında

oluşturacağı alan, orijinal dizinin $P'(x-d_x, y, z)$ noktasında oluşturacağı alan bulunarak hesaplanır ve yine dipol dizilerini kaydırmak yerine gözlem noktaları ters yönde kaydırılarak dikdörtgen dizilere ait çözümler,

$$A_z^{SDD}(x, y, z) = \sum_{m=0}^{N_x-1} e^{-jk\eta_x m d_x} A_z^{SCD}(x - m d_x, y, z) \quad (17)$$

şeklinde belirlenir.

Şekil 7'de dikdörtgen bir dizinin y - z düzleminde, orijinden $R_d=100\lambda$ uzaklıkta oluşturacağı manyetik skaler potansiyelin genliğinin θ açısı ile değişimi görülmektedir.



Şekil 7. $|A_z(\omega)|$ 'nin θ açısı ile değişimi ($N_x=4$, $N_z=21$, $d_x=0.1\lambda$, $d_z=0.1\lambda$, $\eta_x=0.2$, $\eta_z=0.4$)

Zaman domenli Floquet dalgaları

Yarı-sonsuz çizgisel dipol dizileri

Yarı-sonsuz çizgisel dipol dizisinin zaman domenindeki dürtü cevabı, eleman-eleman toplama yöntemi ile bulunan (1) referans çözümünün ters Fourier dönüşümü alınarak, aşağıdaki gibi bulunur:

$$\hat{A}_z(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\delta\left(t - \frac{\eta_z n d_z}{c} - \frac{R_n}{c}\right)}{4\pi R_n} \quad (18)$$

Burada, “^” sembolü, zamana bağımlı bir fonksiyonu göstermektedir. Frekans domeni Floquet dalgaları için bulunan (10) eşitliğinin Fourier dönüşümü alınarak, zaman domeni Floquet dalgaları için,

$$\hat{A}_z(t) = \frac{\hat{A}_0(t)}{2} + \hat{A}_0^T(t) + \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} \sum_{i=1}^2 \hat{A}_{q,i}^T(t) \quad (19)$$

elde edilir (Capolino ve Felsen, 2002). Burada $\hat{A}_0(t)$, (11) eşitliği ile verilen $A_0(\omega)$ 'nin ters Fourier dönüşümü alınarak (20a) eşitliğindeki gibi bulunur. $\hat{A}_{q,i}^T(t)$ ise ters Fourier integralinin yalnızca $\omega_{q,i}(t)$ semer noktası katkıları cinsinden hesaplanmasıyla (20b) eşitliği ile elde edilir. $q=0$ terimi için faz fonksiyonunun ω 'ya lineer bağımlılığı dolayısıyla semer noktası yaklaşıklık kullanılamaz ve ters Fourier integralinin doğrudan hesaplanması ile $\hat{A}_0^T(t)$ (20c) eşitliğinde verildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{A}_0(t) = \frac{\delta(t - R_d / c)}{4\pi R_d} \quad (20a)$$

$$\hat{A}_{q,i}^T(t) = \hat{A}_{q,i}^{FW}(t) U(\beta_i(t) - \theta) + \hat{A}_{q,i}^d(t) \quad (20b)$$

$$\hat{A}_0^T(t) = \hat{A}_0^{FW}(t) U(\beta_0 - \theta) + \hat{A}_0^d(t) \quad (20c)$$

Burada sonsuz dizinin zaman domeni cevabına karşı düşen $\hat{A}_{q,i}^{FW}(t)$ (21a) eşitliği ile verilmiştir. Uç kırınım dalgaları $\hat{A}_{q,i}^d(t)$ ise $\theta = \beta_i(t)$ civarında geçerli olan ve $\hat{A}_{q,i}^{FW}(t)$ 'nin (20b) eşitliğindeki birim basamak fonksiyonu ile kesilmesi ile oluşan süreksizliği ortadan kaldıran bir yaklaşıklık ile (21b) eşitliğinde verildiği şekilde elde edilir:

$$\hat{A}_{q,i}^{FW}(t) = \frac{e^{-j\alpha_q z'_i}}{4\pi d_z} \frac{U(\tau - \tau_0)}{\sqrt{\tau^2 - \tau_0^2}} \quad (21a)$$

$$\hat{A}_{q,i}^d(t) = \hat{A}_{q,i}^{FW}(t) \frac{\text{sign}(\theta - \beta_i(t))}{2} \quad (21b)$$

Sıfırıncı Floquet dalga ve uç kırınım dalgası ise,

$$\hat{A}_0^{FW}(t) = \frac{U(\tau - \tau_0)}{2\pi d_z \sqrt{\tau^2 - \tau_0^2}} \quad (22a)$$

$$\hat{A}_0^d(t) = \frac{c}{4\pi d_z R_d} \frac{U(t - t_d)}{[\cos(\beta_0) - \cos(\theta)]} \sqrt{\frac{t_d - t_0}{t - t_0}} \quad (22b)$$

gibi bulunur. Bu denklemlerdeki t_d ve α_q ifadeleri sırasıyla $t_d = R_d / c$ ve $\alpha_q = 2\pi q / d_z$ eşitlikleriyle tanımlıdır. Semer noktaları çiftleri,

$$\omega_{q,i}(t) = \frac{\alpha_q c}{(1 - \eta_z^2)} \left[\eta_z + \frac{(-1)^i \tau}{\sqrt{\tau^2 - \tau_0^2}} \right] \quad (23)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, τ ve τ_0 sırasıyla $\tau = t - \eta_z z / c$ ve $\tau_0 = \sqrt{1 - \eta_z^2} \rho / c$ eşitlikleriyle tanımlıdır. Herhangi bir t anında aşağıda (24) eşitliği ile tanımlanan $z'_i(t)$,

$$z'_i(t) = z - \frac{c}{(1 - \eta_z^2)} \left(\tau \eta_z + (-1)^i \sqrt{\tau^2 - \tau_0^2} \right) \quad (24)$$

noktasından çıkan Floquet dalgalar, (25) eşitliği ile tanımlı $\beta_i(t)$ açılarıyla ilerleyerek gözlem noktasına varmaktadırlar.

$$\cos(\beta_i) = \frac{(-1)^i (1 - \eta_z^2) \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2} + \eta_z \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2}{(1 - \eta_z^2) + \eta_z^2 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2} \quad (25)$$

$\tau = \tau_0$ anında ise $z'_1(t) = z'_2(t) = z'_0$ noktasından çıkan Floquet dalgalar $\beta_0 = \cos^{-1}(\eta_z)$ açılarıyla ilerleyeceklerdir.

Dipollerin, $\hat{G}(t)$ geniş bantlı kaynak fonksiyonlarıyla uyarılması durumunda, manyetik skaler potansiyel $\hat{A}_z^G(t)$, dürtü cevabı $\hat{A}_z(t)$ ile $\hat{G}(t)$ kaynak fonksiyonunun konvolüsyonu alınarak bulunabilir.

$G(\omega)$ kaynak fonksiyonunun spektrumunu göstermek üzere, $\hat{G}(t) \otimes \hat{A}_{q,i}^T(t)$ konvolüsyonu kaynak fonksiyonunun sadece semer noktasındaki katkıları $G(\omega_{q,i}(t))$ hesaplanarak konvolüsyon integralinin asimptotik olarak değerlendirilebilmesine karşın, $q=0$ için semer noktası yaklaşımı kullanılmadığından $\hat{G}(t) \otimes \hat{A}_0^T(t)$ konvolüsyon işleminin hesaplanması gerekmektedir. Ayrıca negatif q değerleri için bulunan $\hat{A}_{-q,i}^T(t)$ ifadesinin pozitif q 'lar için bulunan $\hat{A}_{q,i}^T(t)$ 'nin kompleks eşleniği olduğu dikkate alınarak (19) eşitliğindeki seri sadece pozitif q 'lar üzerinden toplanarak,

$$\hat{A}_z^G(t) = \frac{\hat{G}(t - t_d)}{8\pi R_d} + \hat{G}(t) \otimes \hat{A}_0^T(t) + \quad (26)$$

$$2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=1}^2 \sum_{q=1}^{\infty} G(\omega_{q,i}(t)) \hat{A}_{q,i}^T(t) \right\}$$

elde edilir. Sayısal örnekler bulunurken $\hat{G}(t)$ normalize Rayleigh darbesi olarak seçilmiştir. Normalize Rayleigh darbesi $\hat{G}(t)$ ve spektrumu $G(\omega)$ (27) eşitlikleriyle verilmiş ve değişimleri Şekil 8'de gösterilmiştir.

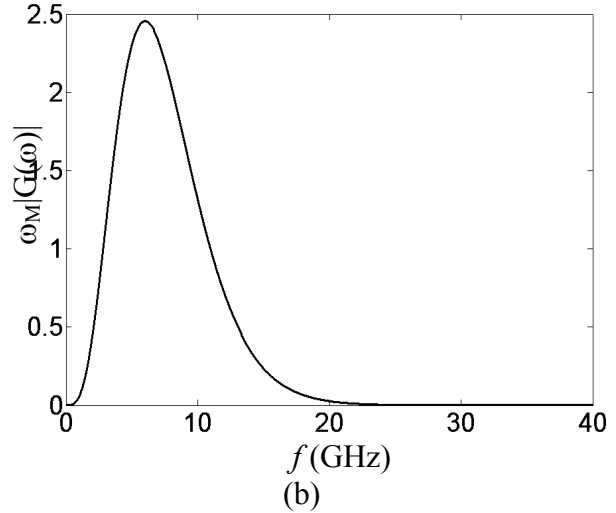
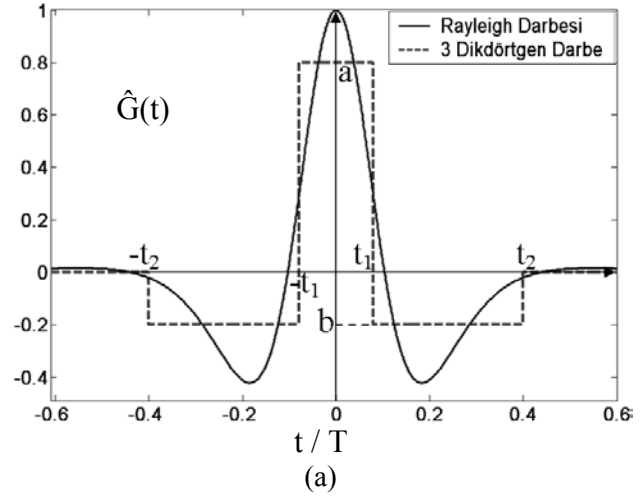
$$\hat{G}(t) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{j}{(j + \omega_M t/4)^5} \right\} \quad (27a)$$

$$G(\omega) = \frac{\pi}{6\omega_M} \left(\frac{4\omega}{\omega_M} \right)^4 e^{-4|\omega|/\omega_M} \quad (27b)$$

Burada $\omega_M = 4\pi c/d_z$ eşitliği ile tanımlanmıştır.

Kaynak fonksiyonunun sabit genlikli, zamanda sınırlı, dikdörtgen bir yapıda olması durumunda konvolüsyon integralinin analitik olarak değerlendirilebileceğinden hareketle, kaynak fonksiyonuna genlik ve süreleri adaptif biçimde belirlenen parça parça sürekli bir dizi dikdörtgen darbe ile yaklaşıklık yapılmasına dayanan bir yöntem geliştirilmiştir (Uluişik vd., 2008a).

Normalize Rayleigh darbesine Şekil 8a'da gösterildiği şekilde 3 tane dikdörtgen darbenin toplamı şeklinde bir yaklaşıklık yapılarak, $\hat{G}(t) \otimes \hat{A}_0^{FW}(t)$ konvolüsyonu analitik olarak hesaplanıp aşağıdaki kapalı formda ifadeler elde edilir.



Şekil 8. a) Normalize Rayleigh darbesi $\hat{G}(t)$ 'nin normalize zaman t/T ($T=d_z/c$) ile değişimi
b) $\omega_M |G(\omega)|$ 'nin frekansla değişimi

$$\hat{G}(t) \otimes \hat{A}_0^{FW}(t) = \frac{1}{2\pi d_z} \cdot$$

$$\begin{cases} 0 & T_1 \\ b \ln(A_1 / \tau_0) & T_2 \\ b \ln(A_1 / A_2) + a \ln(A_2 / \tau_0) & T_3 \\ b \ln(A_1 / A_2) + a \ln(A_2 / A_3) + b \ln(A_3 / \tau_0) & T_4 \\ b \ln(A_1 / A_2) + a \ln(A_2 / A_3) + b \ln(A_3 / A_4) & T_5 \end{cases} \quad (28)$$

Burada (28) bağıntısının geçerli olduğu T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 aralıkları (29) eşitlikleri ile,

$$T_1: t < t_0 - t_2 \quad (29a)$$

$$T_2: t_0 - t_2 \leq t < t_0 - t_1 \quad (29b)$$

$$T_3: t_0 - t_1 \leq t < t_0 + t_1 \quad (29c)$$

$$T_4: t_0 + t_1 \leq t < t_0 + t_2 \quad (29d)$$

$$T_5: t_0 + t_2 \leq t \quad (29e)$$

ve A_1, A_2, A_3, A_4 ifadeleri aşağıdaki (30) eşitliklerinde tanımlanmıştır.

$$A_1 = t_2 + \tau + \sqrt{(t_2 + \tau)^2 - \tau_0^2} \quad (30a)$$

$$A_2 = t_1 + \tau + \sqrt{(t_1 + \tau)^2 - \tau_0^2} \quad (30b)$$

$$A_3 = -t_1 + \tau + \sqrt{(-t_1 + \tau)^2 - \tau_0^2} \quad (30c)$$

$$A_4 = -t_2 + \tau + \sqrt{(-t_2 + \tau)^2 - \tau_0^2} \quad (30d)$$

$\hat{G}(t) \otimes \hat{A}_0^d(t)$ konvolüsyonu analitik olarak hesaplanıp sonuç kapalı formda aşağıdaki (31) eşitliğindeki gibi bulunur.

$$\hat{G}(t) \otimes \hat{A}_0^d(t) = \frac{c\sqrt{t_d - t_0}}{2\pi d_z R_d [\cos(\beta_0) - \cos(\theta)]} \cdot \begin{cases} 0 & I_1 \\ b(D_1 - D_0) & I_2 \\ b(D_1 - D_2) + a(D_2 - D_0) & I_3 \\ b(D_1 - D_2) + a(D_2 - D_3) + b(D_3 - D_0) & I_4 \\ b(D_1 - D_2) + a(D_2 - D_3) + b(D_3 - D_4) & I_5 \end{cases} \quad (31)$$

Burada (31) bağıntısının geçerli olduğu I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 aralıkları (32) eşitlikleri ile,

$$I_1: t < t_d - t_2 \quad (32a)$$

$$I_2: t_d - t_2 \leq t < t_d - t_1 \quad (32b)$$

$$I_3: t_d - t_1 \leq t < t_d + t_1 \quad (32c)$$

$$I_4: t_d + t_1 \leq t < t_d + t_2 \quad (32d)$$

$$I_5: t_d + t_2 \leq t \quad (32e)$$

ve D_0, D_1, D_2, D_3, D_4 ifadeleri (33) eşitlikleri ile tanımlanmıştır.

$$D_0 = \sqrt{t_d - t_0} \quad (33a)$$

$$D_1 = \sqrt{t + t_2 - t_0} \quad (33b)$$

$$D_2 = \sqrt{t + t_1 - t_0} \quad (33c)$$

$$D_3 = \sqrt{t - t_1 - t_0} \quad (33d)$$

$$D_4 = \sqrt{t - t_2 - t_0} \quad (33e)$$

Hesap doğruluğunu arttırmak için kaynağı modellemeye kullanılan darbe sayısı onbire çıkarılmıştır. Bu durumda, burada verilmemiş olmakla birlikte, $\hat{G}(t) \otimes \hat{A}_0^{FW}(t)$ ve $\hat{G}(t) \otimes \hat{A}_0^d(t)$ konvolüsyonları analitik olarak hesaplanıp sonuçlar (28) ve (31) eşitliklerine benzer şekilde kolayca elde edilebilir. $\hat{G}(t)$ Rayleigh darbesi alındığı zaman sayısal konvolüsyon ile hesaplanan $\hat{G}(t) \otimes \hat{A}_0^T(t)$ değerleri ile $\hat{G}(t)$ 11 tane dikdörtgen darbe ile modellendiği zaman analitik konvolüsyon alınarak bulunan sonuçlar Şekil 9'da karşılaştırılmıştır. Şekilden de görüldüğü üzere analitik konvolüsyon alınarak bulunan çözümler, sayısal konvolüsyon ile bulunan sonuçlara yeterli yaklaşıklıkla elde edilirken, işlem süresinde 750 kattan daha fazla tasarruf sağlanmaktadır.

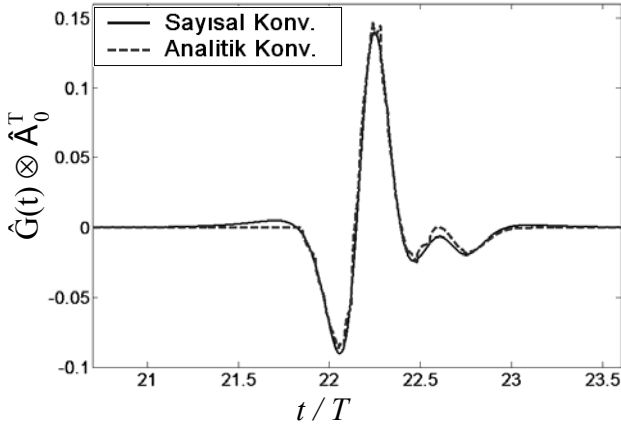
Sonlu çizgisel dipol dizileri

Sonlu çizgisel diziye (SÇD) ait çözümler, yarı sonsuz orijinal dizinin oluşturacağı alan ile z ekseninde $N_z d_z$ kadar kaydırılmış yarı sonsuz çizgisel dizinin (YSÇD) oluşturacağı alanın farkı alınarak bulunabilir. Frekans domeninde kaydırılmış dizi $e^{-jk\eta_z N_z d_z}$ faz farkıyla ağırlaştırılıyordu, dolayısıyla da zaman domeninde kaydırılmış diziye ait dipoller bu faz farkının karşı düştüğü $\eta_z N_z d_z / c$ kadar bir gecikmeyle uya-

rılmalıdır. Frekans domeninde önerilen yapay açıklık yaklaşımı kullanılarak, dipol dizisini kaydırmak yerine gözlem noktası ters yönde kaydırılarak, sonlu çizgisel diziye ait çözümler,

$$\hat{A}_z^{SCD}(\rho, z, t) = \hat{A}_z^{YSCD}(\rho, z, t) - \hat{A}_z^{YSCD}(\rho, z - N_z d_z, t - \eta_z N_z d_z / c) \quad (34)$$

olarak elde edilir. Şekil 10'da ardışıl dipoller arası mesafe $d_z=0.1m$ ve normalize faz farkı $\eta_z=0.2$ olan $N_z=10$ elemanlı çizgisel bir dipol dizisinin $\rho=1.5m$, $z=-1.5m$ koordinatlarıyla belirlenen gözlem noktasında oluşturacağı $\hat{A}_z(t)$ manyetik skaler potansiyelin t/T normalize zaman ile değişimi çizdirilmiştir. Bu diziye ait dipoller normalize Rayleigh darbeleri ile uyarılmışlardır. Bu seçilen gözlem noktasına her bir dipolden çıkan dalgalar ardarda varmakta ve her birinin etkisi ayrı ayrı gözlemlenebilir-mektedir. Bu şeklin elde edilmesinde $|q| \leq 5$ olacak şekilde toplam 11 tane zaman domeni Floquet dalgası kullanılmıştır. Şekilden görüldüğü üzere eleman eleman toplama yöntemi ile hesaplanan referans çözüm ile Floquet dalgalar ile hesaplanan çözüm arasında çok iyi bir uyum vardır.

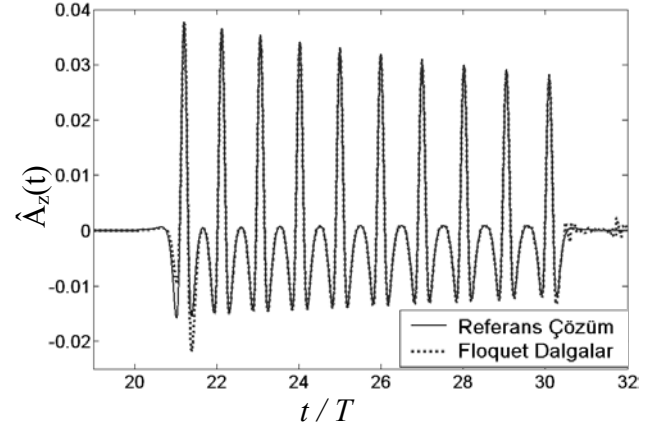


Şekil 9. $\hat{G}(t) \otimes \hat{A}_0^T(t)$ konvolüsyonunun sayısal ve analitik olarak hesaplanması ($\eta_z=0.6$, $d_z=0.1m$, $\rho=1.5m$ ve $z=1.7m$)

Rasgele yerleştirilmiş dipol dizileri

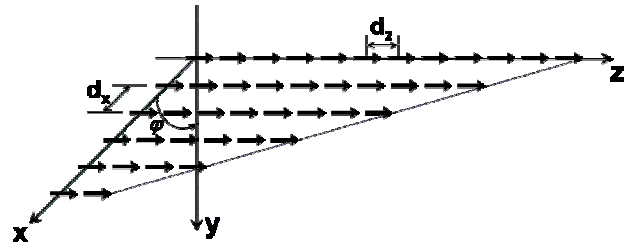
Yapay açıklık yaklaşıklığı kullanılarak, çizgisel dizilerin toplamı şeklinde ifade edilebilen her

türlü dizinin çözümü Floquet dalgalar kullanılarak hızlı bir şekilde elde edilebilir.



Şekil 10. 10 elemanlı çizgisel bir dipol dizisinin $\rho=1.5m$, $z=-1.5m$ gözlem noktasında oluşturacağı $\hat{A}_z(t)$ ($d_z=0.1m$, $\eta_z=0.2$)

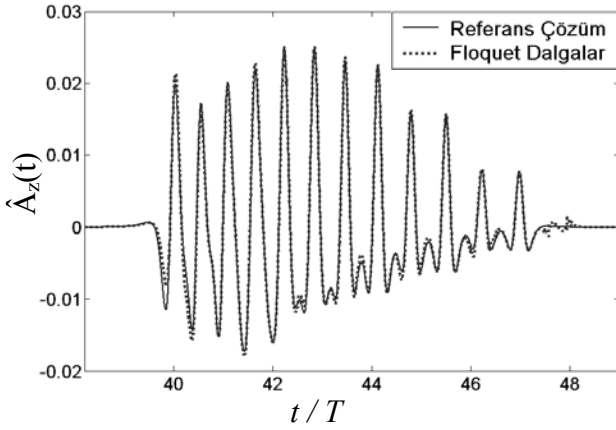
Ardışıl dipoller arası mesafeler $d_x=d_z=0.25m$ ve normalize faz farkları $\eta_x=0$, $\eta_z=0.5$ olan Şekil 11'deki trapezoidal dizinin, $x=0m$, $y=10m$, $z=0m$ gözlem noktasında oluşturacağı $\hat{A}_z(t)$ manyetik skaler potansiyelin t/T normalize zaman ile değişimi Şekil 12'de çizdirilmiştir. Bu diziye ait dipoller normalize Rayleigh darbeleri ile uyarılmışlardır. Floquet dalgalar ve yapay açıklık yaklaşıklığı kullanılarak bulunan çözüm, eleman-eleman toplama yöntemine dayanan referans çözüm ile çok iyi uyuşmaktadır.



Şekil 11. Trapezoidal dipol dizisine ait geometri

Sonuçlar

Bu çalışmada, periyodik dipol dizilerinin frekans ve zaman domeni ışınım karakteristikleri incelenmiştir. Klasik eleman-eleman toplama yönteminin yakınsaklık özelliklerini iyileştiren bir formülasyon geliştirilmiştir. Biri diğerine göre kaydırılmış ve uygun şekilde ağırlaştırılmış



Şekil 12. Trapezoidal dizinin $x=0m$, $y=10m$, $z=0m$ gözlem noktasında oluşturacağı $\hat{A}_z(t)$ ($d_x=d_z=0.25m$, $\eta_x=0$, $\eta_z=0.5$)

iki yarı-sonsuz çizgisel periyodik dizinin farkını alarak sonlu çizgisel diziler modellenabilir. Önerilen ve *yapay açıklık yaklaşımı* adı verilen yöntemde ise, diziyi kaydırmak yerine gözlem noktası zıt yönde kaydırılarak sonuçlar elde edilmiştir. Geniş-bantlı kaynak fonksiyonları ile uyarılan dizilerde kaynak fonksiyonları birçok dikdörtgen darbenin toplamı şeklinde ifade edilip konvolüsyonlar analitik olarak hesaplanarak kapalı formda ifadeler elde edilmiş ve işlem süresinde bir kaç yüz kat tasarruf sağlanmıştır.

Kaynaklar

- Capolino, F., Albani, M., Maci, S. ve Felsen, L.B., (2000a). Frequency domain Green's function for a planar periodic semi-infinite phased array. Part I: Truncated Floquet wave formulation, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **48**, 67-74.
- Capolino, F., Albani, M., Maci, S. ve Felsen, L.B., (2000b). Frequency domain Green's function for a planar periodic semi-infinite phased array. Part II: Diffracted wave phenomenology, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **48**, 75-85.
- Capolino, F. ve Felsen, L.B., (2002). Frequency- and time-domain Green's functions for a phased semi-infinite periodic line array of dipoles, *IEEE*

- Transactions on Antennas and Propagation*, **50**, 31-41.
- Carin, L. ve Felsen, L.B., (1993). Time-harmonic and transient scattering by periodic flat strip arrays: Hybrid (Ray)-(Floquet Mode)-(MoM) algorithm, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **41**, 412-421.
- Çivi, Ö.A., Pathak, P.H. ve Chou, H.-T., (1999). On the Poisson sum formula for the analysis of wave radiation and scattering from large finite arrays, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **47**, 958-959.
- Felsen, L.B. ve Capolino, F., (2000). Time domain Green's function for an infinite sequentially excited periodic line array of dipoles, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **48**, 921-931.
- Ishimaru, A., Coe, R.J., Miller, G.E. ve Geren, W.P., (1985). Finite periodic structure approach to large scanning array problems, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **33**, 1213-1220.
- Kouyoumjian, R.G. ve Pathak, P.H., (1974). A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface, *Proceedings of the IEEE*, **62**, 1448-1461.
- Martini, E., Toccafondi, A., Maci, S. ve Tiberio, R., (2003). Floquet wave-based diffraction approach for irregularly contoured planar phased arrays, *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, **2**, 246-249.
- Uluşık, Ç., Topuz, E. ve Sevgi, L., (2008a). Elektromanyetik ışınlayıcı dizileri için zaman-frekans domenli Green fonksiyonu gösterilimleri, *Doktora tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Uluşık, Ç., Topuz, E. ve Sevgi, L., (2008b). Some characteristics of radiation from linearly phased/sequentially excited periodic, rectangular arrays of dipoles, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **56**, 1794-1798.
- Uluşık, Ç., Topuz, E. ve Sevgi, L., (2007). Time-domain investigations of periodic rectangular dipole arrays, *Proceedings, 7th International Workshop on Computational Electromagnetics in Time-Domain*, Perugia, İtalya.